1075. Fréchet 束ニ就テ

小笠原 藤次郎（広島文理大）

区間 $0 \leqq t \leqq 1$ 上ノ殆ド到ル所有限値ヲトル可測函数 $x(t)$ ノ全体ノ作ル線形空間ニ計量函数 $\rho(x)=\int_0^1 \frac{|x(t)|}{1+|x(t)|}dt$ ノ導入ニヨッテ生ズルF-型空間ハ之ト位相的同型ニナルヤウノルムヲ導入シテ Banach 空間タラシメルコトハ不可能デアル。数列ノ空間 (s) ニツイテモ同様。コノ既知ノ事実ヲ結論ノ一部ニ含ムヤウ，半順序線形空間ノ理論ヲ展開スルコトガ目的デアル。

§1. Fréchet 束，K_b 型"正則" Fréchet 束.

ベクトル束ガ Fréchet 束（簡単ノタメF-束）トハ計量函数 $\rho(x)$ ガ定義セラレ

(I) $\rho(x)\geqq 0$, $x=0$ ノトキニ限リ $\rho(x)=0$

(II) $\rho(x+y)\leqq\rho(x)+\rho(y)$

(III) $|x|\leqq|y|$ ノトキ $\rho(x)\leqq\rho(y)$

ヲ満足シ λx ガ λ ダケ，又ハ x ダケノ函数ト考ヘテ連続且ツ ρ ニ関シテ完備トナルコトデアル。

補題1. F－束ハアルキメデス的デアル。

（証） スベテノ n ニツイテ $0\leqq nx\leqq y$ トスル。$\rho(x)\leqq\rho(\frac{1}{n}y)\to 0$ カラ $\rho(x)=0$ 故ニ $x=0$ 証終.

補題2. F－束デハ $x+y$, $x\cup y$, $x\cap y$ ハ x, y ノ一様連続函数デアル，マタ λx ハ λ, x ノ連続函数デアル。

(証) $|x \cup y - x' \cup y'| \leqq |x-x'| + |y-y'|$ カラ $\rho(x \cup y - x' \cup y') \leqq \rho(x-x') + \rho(y-y')$ カラ $x \cup y$ ノ x, y ニ関スル一様連續性ガ判ル。他ノ部分ノ証明ハ略スル。　証終

(注意)　(I)―(III) ダケカラ補題ノ前半ガ成立ツ。

補題3.　$\rho(x_n - x) \to 0$, $\rho(y_n \to y) \to 0$, $x_n \geqq y_n$ ナラバ $x \geqq y$　証終

(証)　補題2カラ　証終

補題4.　$x_n \leqq x_{n+1}$ (或ハ $x_n \geqq x_{n+1}$), $\rho(x_n - x) \to 0$ ノトキ $x = \bigvee x_n$ (或ハ $x = \bigwedge x_n$) デアル。

(証)　補題3カラ　証終

補題5.　F-束デハ計量的收斂ト相對一様(*)-收斂トハ同義デアル。

(証)・0ニ收斂スル場合ヲ考ヘレバ充分。$\rho(x_n) \to 0$ トスル。$\{x_n\}$ ノ任意ノ部分列ヲ考ヘルトキ更ニソノ部分列 $\{x_{i_n}\}$ ヲ $\rho(n x_{i_n}) \leqq \frac{1}{2^n}$ ニトル。

完備性カラ $\sum_1^\infty n|x_{i_n}|$ ハ收斂，之ヲ x ト置クト $|x_{i_n}| \leqq \frac{1}{n} x$ トナリ定義ニヨリ x_n ハ 0 ニ相對一様(*)-收斂スル。逆ニ x_n ガ 0 ニ相對一様(*)-收斂スルトセヨ。任意ノ部分列カラ更ニ部分列 $\{x_{i_n}\}$ ガ相對一様收斂スルヤウニトレバ F-束ノ定義カラ $\rho(x_{i_n}) \to 0$. 故ニ $\rho(x_n) \to 0$　証終

次ノ條件 (IV) ヲ導入スル。

(IV)　$x_n \downarrow 0$ ノトキ　$\rho(x_n) \to 0$

補題6.　ベクトル束ガ(I)―(IV) ヲ満足シ ρ ニ関シテ完備

ノトキ，計量的収斂ト(※)－収斂が同義ナF－束ニナル。

(証)　$\lambda_n \to 0$ ノトキ $\lambda_n x \to 0\,(\circ)$。$\{\lambda_n\}$ ハ単調列ト考ヘテヨイカラ(IV)ニヨリ $\rho(\lambda_n x) \to 0$. $x_n \to x\,(\circ)$ トスレバ $|x_n - x| \leqq u_n$, $u_n \downarrow 0$ トナル $\{u_n\}$ が存在スル。従ッテ(IV)ニヨリ $\rho(x_n - x) \to 0$. 補題5ヲ使ヘバ本補題ノ成立が判ル。　　証終

更ニ條件(V)ヲ導入スル。

(V)　$0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots \leqq x_n \leqq \cdots$, $\{x_n\}$ が (o)－有界デナイトキハ $\lim\limits_n \lim\limits_p \rho(x_{n+p} - x_n) > 0$

補題7. (I)－(IV)ヲ満足スル σ－完全ベクトル束が完備(従テF－束ニナル)ナル為メノ條件ハ(V)デアル。

(証)　Xヲ(I)－(IV)ヲ満足スル σ－完全ベクトル束トスル，Xヲ完備トセヨ。$0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots \leqq x_n \leqq \cdots$ ニ對シ $\lim\limits_n \lim\limits_p \rho(x_{n+p} - x_n) = 0$ トスレバ $\rho(x_n - x) \to 0$ ナル $x \in X$ が存在スル，補題4ニヨリ $x = \vee x_n$ トナリ $\{x_n\}$ ハ束的有界ニナル。

次ニXが(V)ヲ満足スルトスル。任意ニ基本列 $\{x_n\}$ ヲ考ヘルト部分列 $\{x_{i_n}\}$ ヲ $\rho(x_{i_n} - x_{i_{n+1}}) \leqq \frac{1}{2^n}$ ニトル。$\sum\limits_1^{\infty} (x_{i_n} - x_{i_{n+1}})$ ハ絶對収斂スル。従テ $x_{i_n} \to x\,(o)$ ナル $x \in X$ が存在スル。(IV)ニヨリ $\rho(x_{i_n} - x) \to 0$　従テ $\rho(x_n - x) \to 0$

証終

"K－空間ニ就テ"紙数誌1060デハKantorovitchノ創見ヲ尊重シテ"正則性"ニ對シ彼ノ條件ノ引用ニ留メタが

実際ノ取扱ヒニハ稍不便デアル。中野氏ハ紙数誌1069デ"正則性"ニ関スル一注意ヲ與ヘテオラレル。茲デハ次ノ様ノ條件ヲトル。

σ-完全ベクトル束ガ$K_{\bar{\sigma}}$型"正則"ニナル條件

(1°) $x_{n,m}\downarrow 0$ ($m\to+\infty$) ノトキ $x_{n,m_n}\to 0$ (o) ($n\to+\infty$) ナル $\{m_n\}$ ガアル。

(2°) (o)-有界ナ増加超限列 $x_1<x_2<x_3<\cdots<x_\alpha<\cdots$ ハ可附番集合デアル。

σ-完全ベクトル束ガ K_σ 型"正則"ニナル條件

(1°): 上ノ(1°)ニ同ジ

(2°): 上ノ(2°)カラ(o)-有界ヲトル。

(3°): 増加列 $0\leqq x_1\leqq x_2\leqq\cdots\leqq x_n\leqq\cdots$ ニ對シ如何ナル $\lambda_n\downarrow 0$ ヲトルモ $\lambda_n x_n\to 0$ (o) ナラバ $\{x_n\}$ ハ (o)-有界デアル。

コレ等ノ証明ハ Kantorovitch, Recueil Math. 2 (1937) ヲ見レバ殆ンド明カト思ハレルカラ略スル。尚ホ Kantorovitch ノ所論デハ"正則"ノ proper axiom (紙数誌1194頁 (i)) ニ於テ無限大要素ノ極限ヲ考ヘルコトハ不要デアル。

マタ彼ハ metric function ρ ヲ考ヘルトキ常ニ $|x|<|y|$ ノトキ $\rho(x)<\rho(y)$ トシテイルガ $\rho(x)\leqq\rho(y)$ トシテ差支ヘナイコトハ彼ノ所論カラ判ルコトデアル。
(Kantorovitch 上掲, §8 R_3 型空間)

定理1. σー完全ベクトル束ガ(I)ー(V)ヲ満足スルトキK_6^-型"正則"F-束ニナル。逆ニK_6^-型"正則"F-束ハ(I)-(V)ヲ満足スル。

(証) 前半ノ証。Xヲ(I)ー(V)ヲ満足スルσー完全ベクトル束トスル。(1°)ノ証。$x_{n,m}\downarrow 0\ (m\to+\infty)$カラ$\rho(x_n, m_n)\leqq\frac{1}{2^n}$ニトルト$\sum x_{n,m_n}\in X$ コレカラ$x_{n,m_n}\to 0\ (0)$.
(2°)ノ証. 非可附番増加超限列$0\leqq x_1<x_2<\cdots\cdots<x_\alpha<\cdots\cdots$ガ存在スルトスル。適当ニ正数$\varepsilon$ヲトレト$\rho(x_{\alpha+1}-x_\alpha)>\varepsilon$ナル第二級ノ順序数$\alpha_1<\alpha_2<\cdots\cdots<\alpha_n<\cdots\cdots$ガ存在スル。
$\{x_{\alpha_n}\}$ハ(0)-有界ニナルカラ$x=\bigvee x_{\alpha_n}$トスレバ

$$\varepsilon\leqq\rho(x_{\alpha_{n+1}}-x_{\alpha_n})\leqq\rho(x-x_{\alpha_n})\to 0$$

トナリ矛盾ガ起ル。

後半ノ証。XヲK_6^-型"正則"F-束トスル。(IV)ノ証.
$x_n\downarrow 0$トスレバK_6^-型"正則"カラ$x_n\leqq\lambda_n u,\ \lambda_n\downarrow 0$ナル$u\geqq 0$ガアル。F-束ノ定義カラ$\rho(x_n)\leqq\rho(\lambda_n u)\to 0$.
(V)ノ証. Xノ完備性カラ 証終

最後ニ條件(VI)ヲ導入スル。

(VI) $0\leqq x_1\leqq x_2\leqq\cdots\cdots\leqq x_n\leqq\cdots\cdots$, $\{x_n\}$ガ(0)-有界デナイトキ $\lim\limits_{\lambda\downarrow 0}\lim\limits_{n}\rho(\lambda x_n)>0$

定理2. (I)ー(VI)ヲ満足スルσー完全ベクトル束ハK_6型"正則"F-束デアル. 逆モ真ナリ。

(証) 前半ノ証。Xヲ(I)ー(VI)ヲ満足スルσー完全ベクトル束トスル。(1°),(2°)ノ証ハ前定理ト同ジ。(3°)ノ証.

$0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots \leqq x_n \leqq \cdots$, 任意ノ $\lambda_n \downarrow 0$ ナル正数列 $\{\lambda_n\}$ ヲトルトキ $\lambda_n x_n \to 0(0)$ トナルニ $\{x_n\}$ ハ (0)-有界デナイトスル. (VI) カラ $\lim\limits_{\lambda \downarrow 0} \lim\limits_{n} \rho(\lambda x_n) > \varepsilon$ ナル正数 ε ガ存在スル. コレカラ $\lambda_n \downarrow 0$, $\rho(\lambda_n x_n) > \varepsilon$ ナル $\{\lambda_n\}$ ガ存在スルコトニナリ (IV) ト矛盾ガ起ル.

後半ノ証. X ヲ K_6 型 "正則" F-束トスル. 前定理ニヨリ (VI) ヲ示セバヨイ. $0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots \leqq x_n \leqq \cdots$, $\{x_n\}$ ガ (0)-有界デナイノニ拘ラズ $\lim\limits_{\lambda \downarrow 0} \lim\limits_{n} \rho(\lambda x_n) = 0$ トスル. $\lambda_n \downarrow 0$ ナル任意ノ正数列 $\{\lambda_n\}$ ヲ考ヘル. 部分列 $\lambda_{i_1} < \lambda_{i_2} < \cdots$ ヲ $\lim\limits_{m} \rho(\lambda_{i_n} x_m) \leqq \frac{1}{2^n}$ ニトル. $\rho(\lambda_{i_n} x_{i_{n+1}}) \leqq \frac{1}{2^n}$ トナルカラ $\lambda_{i_n} x_{i_{n+1}} \to 0(0)$. 然ルニ $\lambda_{i_{n+1}} < \lambda_p \leqq \lambda_{i_n}$ ノトキ $\lambda_p x_p \leqq \lambda_{i_n} x_{i_{n+1}} \to 0(0)$ カラ $\lambda_n x_n \to 0(0)$. 従ッテ $\{x_n\}$ ハ (0)-有界ニナリ矛盾ガ起ル.

証終

條件 (V), (VI) ハ $0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots \leqq x_n \leqq \cdots$, $\{x_n\}$ ガ (0)-有界デナイトキ $\rho(x_n) \longrightarrow +\infty$ ナラバ常ニ満足サレル. ρ ガノルムノトキ (VI) ハ問題ノ $\{x_n\}$ ニ対シ $\|x_n\| \longrightarrow +\infty$ トナル. 従テコノトキ (V) ハ不要デアル. コレカラ K-空間, $\bar{K}$-空間 (紙数誌 1060) ノ性質ヲ出スコトガ出来ル. 例ヘバ

定理 3. K-空間ト K_6 型 "正則" *Banach* 束ハ同義デアル.

$\rho(x_n) \to +\infty$ ニナルモノハ *Kantorovitch* ノ *improper aciom* ヲ満足スル "正則" ニナル.

K_δ 型, K_δ 型"正則" F−束ハ本質的ニハ上述 Kantorovitch ノ所論 Recueil Math ニ取扱ハレテオル。

§2. K_δ 型"正則" F−束ノ例

S空間, (s) 空間ハ K_δ 型"正則" F−束ノ例デアル。斯様ナモノ以外ニ

例1. Bochner束: ベクトル束 X ガ高々可附番無限個ノ正線形汎函数 $\{F_n(x)\}$ ヲモチ (i) $x_n \downarrow 0$ ノトキ $F_m(x_n) \longrightarrow 0$ $(n \longrightarrow +\infty)$ (ii) $0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots\cdots \leqq x_n \leqq \cdots\cdots$, $\lim_n F_m(x_n) < +\infty$, m 任意, ノトキ $\bigvee x_n$ ガ存在スル。コノ條件ノ成立スルベクトル束 X ヲ Bochner束ト呼ンダ。

今 $\rho(x) = \sum_1^\infty \frac{1}{2^n} \frac{F_n(|x|)}{1+F_n(|x|)}$ ト置クト X ハ (I)−(VI) ヲ満足シ K_δ 型"正則" F−束ニナル。

例2. 可換自己随伴作用素ノ環

$\mathfrak{H}$ ヲ可分ヒルベルト空間トシ, $\mathfrak{M}$ ヲ $\mathfrak{M}$ ノ各作用素ト可換ナ有界線形作用素ノ全体 $\mathfrak{M}'$ ト可換ナ有界自己随伴作用素ノ作ル環, $\mathfrak{R}$ ヲ $\mathfrak{M}'$ ト可換ナ自己随伴作用素(必ズシモ有界デナイ)ノ全体トスル。$\mathfrak{M}$ ハ完全環束ニナル。(ソノ束論的証明ガ吉田氏紙数誌 1061 ニ與ヘラレテオル。尚コノ証明ハ中野氏 Proc. Phys-Math. Soc. Japan 23 (1941) 511 頁ノ定理カラモ出来ル)。恒等的作用素 I ガ 1 トナル環 $\mathfrak{M}$ ヲ表現デール空間ノ連続函数デ表現スレバ $\mathfrak{M}$ ハ有界連

續函數ノ全体デ表現サレル。$\mathcal{R}$ハ第一種集合ヲ除イテ有限ナ値ヲトル連續函数ノ全体デ表現サレルカラ$\mathcal{R}$ハ環ニナル。$\{f_n\}$ヲf_yノ單位球ニ於テ稠密ナ可附番列トナル。$A \in \mathcal{R}$ニ對シ

$$\rho(A) = \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left\| \frac{|A|}{1+|A|} f_n \right\|^2$$

ト置ケバ$\mathcal{R}$ハK_δ型"正則"F-束ニナル。$\mathcal{R}$内デノρニヨル收斂ト半順序ニヨル收斂ノ関係ヲ詳シク見ルニハ紙數誌1021デ導入シタ廣義ノ(o)-收斂,(*)-收斂ヲ用フルノが便利デアル。

§3. "正則"ベクトル束ト實函數ニヨル忠實ナ表現

實函數ニヨルベクトル束ノ線形-束-(準)同型表現ニ関スル"ベクトル束ノ表現ニ関スル二三ノ注意"紙數誌(242号?)ノ結果ヲ一部拡張スル。

定理1. K_δ型"正則"ベクトル束Lニ於テ正規イデヤルノ作ルブール代數Nが原子的要素ヲ含マナイトキLノ實數空間ヘノ non-trivial ナ準同型表現ハ存在シナイ。

(証) $\xi(x)$デ non-trivial ナ準同型表現が與ヘラレルトスル。$\xi(e)=1$ナル正要素eヲトリ主イデヤル$\mathfrak{n}(e)$ヲ考ヘル。$L=\mathfrak{n}(e)$トシテ一般性ヲ失ハナイ。eが1トナル様Lヲ表現ブール空間Ω上ノ連續函数デ表現スル。コノトキΩノ一点$\mathfrak{z}_0$が定マリ$\xi(x)=f_x(\mathfrak{z}_0)$トナル。

$f_x(\mathfrak{z}_0)=+\infty$ ナルコトノ存在ヲ示セバヨイ。$\{e_\alpha\}$ ヲ e ニ関スル特性要素デ $\mathfrak{a}(e_\alpha)\in\mathfrak{z}_0$（或ハ $\mathfrak{z}_0\in\mathfrak{a}^*(e_\alpha)$）トスル。$\{e_n\}$ ヲ $\bigwedge e_n=0$ ナル $\{e_\alpha\}$ ノ可附番部分集合トスル。$e_{n+1}<e_n$, $e_n\leq\frac{1}{2^n}u$ ナル正要素 u ノ存在ヲ假定シテヨイ。（適當ニ部分列ヲトレバヨイカラ）。$x=\sum e_n$ ニ對シテハ $f_x(\mathfrak{z}_0)=+\infty$ トナル。　　　　証終

定理2. K_b^- 型"正則"ベクトル束 L ガ實函數ニヨリ忠實ニ同型表現サレルタメノ條件ハ正規イデヤルノ作ルブール代數 N ガ原子的ナルコト換言スレバ L ガ列空間（必ズシモ可附番デナイ）ニナルコトデアル。

（証）前定理カラ殆ド自明。列空間ノ意味ハ $\{x_\alpha\}\subset L$ ガ存在シ $x=\sum\lambda_\alpha x_\alpha$（可附番個ノ λ_α ガ 0 デナイ）ノ形ニ書カレルコトデアル。

定理2カラ實函數ニヨル忠實ナ表現ヲモツ（$\pm\infty$ ヲトルコトヲ許サナイ）K_b^- 型, K_b 型"正則"F-束, K^-, K-空間ハ何レモ列空間ニナル。

定理3. K_b^- 型"正則"ベクトル束 L ガ単位 e ヲモチ各要素ガ e ニ関シテ有界ノトキ L ハ有限次元デアル。

（証）e ニ関スル特性要素全体ノ完全ブール代數ヲ A トスル。A ガ有限次元デアルコトト A ノ互ニ独立ナ要素カラナル部分集合ガ有限集合ナルコトハ同義。今 $\{e_n\}$ ナル独立ナ要素カラナル列ガアルトキ $a_n=\sum_{m>n}e_m$ トスレバ $a_n\downarrow 0$. 故ニ $a_n\leq\lambda_n u$, $\lambda_n\downarrow 0$ ナル正要素 u ガ存在スル。明カニ u ハ

eニ関シテ有界デナイ。　　　　　　　　　　　証終

定理3カラ例ヘバ河田氏数物會誌16（昭和十七）. 168頁定理(11.3),(11.4)ノ別証ガ得ラレル。（抽象(AL)及ビ(AM)空間ガBanach空間トシテ正則ノトキ有限次元ニナルトイフ定理）。

§4. F－束トBanach束

補題1. F－束ガ位相的對等トナルヤウノルムニヨリBanach空間ニナルナラバ，ノルムヲ適當ニトルトBanach束ニナル。

（証）F－束XガノルムＸ$\|x\|$デBanach空間ニナルトスル。正数$\delta_1<\delta_2<\delta_3$ヲ$\|x\|\leqq\delta_1\rightarrow\rho(x)\leqq\delta_2\rightarrow\|x\|\leqq\delta_3$ガ常ニ成立ツヤウニトル。$\|x\|_1=\underset{|x'|\leqq|x|}{l.u.b}\|x'\|$トスレバ$\|x\|_1$ハノルムトナリ$\|x\|\leqq\|x\|_1\leqq\frac{\delta_3}{\delta_1}\|x\|$. 故ニ$\|x\|_1$ニヨリXハBanach束ニナル。（証）

補題2. $K_6(K_6^-)$型"正則"F－束ガ位相的對等トナルヤウノルムデBanach空間ニナラバ，ノルムヲ適當ニトルトK(K^-)－空間ニナル。

（証）前補題ヲ使ッテ.　　　　　　　　　　　証終

定理1. Banach束ガ単位eヲモツ環束（eハ束的及ビ環単位，$x\geqq0$，$y\geqq0$ノトキ$xy\geqq0$）ノトキ任意ノ要素ハeニ関シテ有界デ，ノルムヲ適當ニトルト$\|e\|=1$，$\|xy\|\leqq\|x\|\|y\|$トランメ得ル。且ツカヽルノルムハ単独的

ニ定マル。

（証）xy ヲ x ノミ（或ハ y ノミ）ノ函数ト考ヘル。
$\|x_n - x\| \to 0$ ノトキ x_n ハ x ニ相對一樣（米）一收斂，從テ $x_n y$ ハ xy ニ相對一樣（米）一收斂スル。故ニ $\|x_n y - xy\| \to 0$.
コレカラ Dunford ノ定理，或ハモット直接ニハ Gelfand ノ方法デ $\|e\| = 1$, $\|xy\| \leq \|x\|\|y\|$ ナル Banach 束ナル樣ノルムガ定メラレル。$\|x\| < 1$ ナル $x \geq 0$ ガ e ニ關シテ有界ヲイヘバヨイ。e ヲ 1 ナル樣表現スルコトニヨリ，$x \neq e$ トスレバ $\|x^n\| < \|x\|^n \to 0$ ナルニモ拘ラズ，$x^n \geq a > 0$ ナル a ノ存在ガ判ル。任意ノ x ニ對シ $\|x\|_1 = g.l.b.\ (\lambda;\ |x| \leq \lambda e)$ トスレバ $\|x\|_1$ ハ $\|e\| = 1$ $\|xy\|_1 \leq \|x\|_1 \|y\|_1$ ヲ滿足シ $\|x\| \leq \|x\|_1$ ガ成立ツ。アル x ニ對シ $\|x\| < \|x\|_1$ トスレバ $x > 0$, $\|x\|_1 = 1$ トシテヨイ。$\|x^n\| < \|x\|^n \to 0$ ニ拘ラズ $\|x^n\|_1 = 1$ トナリ矛盾ガ起ル。　　証終

定理2. K（K^-）一空間ガ單位 e ヲモツ環束ノトキ有限次元デアル。

（証）前定理ノト §3 定理3カラ。　　証終

コレニヨリ S空間，(M)一空間ハ Banach 空間ニナラナイコトガ判ル。（何者 Banach 空間ニナレバ補題2ニヨリK一空間トナルカラ定理2ニヨリ有限次元デナケレバナラヌ）或ハコレヲスグ測定ヨリ來ル形ニスルナラバ

定理3. K_6^- 型（K_6 型）正則 F一束ガノルムヲ適當ニトッテ Banach 空間ニナル條件ハ有限次元トナルコトデ

アル。

(証) 補題2ト前定理カラ。 証終

§5. 其ノ他ノ簡単ナ注意

補題1. K-空間ガ単位 $\bar{E}$ ヲモツトキソノ共軛 Banach 束モ単位ヲモツ。

(証) 略.

補題2. K-空間ノ共軛空間ガ単位ヲモツトキソノK-空間ハノルムノツケカヘデ B_2 空間ニナル。

(証) F ヲ共軛空間ノ単位トスレバ新シイノルム $\|x\|_1$ ヲ $\|x\|+F(|x|)$ トスレバヨイ。

補題3. Banach 空間ガ Bochner 束ノトキ抽象L-空間ニスルコトガ出来ル。

次ニ S 空間デハ non-trivial ナ連続線形汎函数ノ存在シナイ, コノヨク知ラレタ事実ヲ結論スルヤウナ束論的構成ヲヤツテ見ル。

定理1. L ヲ K_δ^- 型"正則"ベクトル束デ正規イデヤルノ完全ブール代数ガ原子的要素ヲ含マズ且ツ $0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots\cdots \leqq x_n \leqq \cdots\cdots$ ニ對シ $\bigvee(x_n \frown mu) = mu > 0$ ナル $u \in L$ ガ存在シナイトキニ限リ $\bigvee x_n \in L$ トスル. コノトキ non-trivial ナ (0)-連續線形汎函数ハ存在シナイ。

(証) F ヲ non-trivial ナ正線形汎函数トシストキ

矛盾ノ起ルコトヲ示セバヨイ。正要素 e ヲ適當ニトルト主イデヤル $\mathfrak{a}(e)$ ニ於テ $F(|x|)=0$ ノトキ $x=0$ 且ツ $F(e)>0$ ナラシメルコトが出来ル。故ニ $L=\mathfrak{a}(e)$ トシテ論ジテ差支ヘナイ。$\|x\|=F(|x|)$ ト定メルト定理ノ條件カラ L ハ K-空間ニナル。一方表現ヲ通シテ考ヘルト L ハ環束ニナル。§4定理2ニヨリ矛盾が起ル。

証終